الدرجة: 100

جامعة البعث — كلية العلوم — قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر ميكانيك السوائل — الفصل الثاني 2016 - 2017

السؤال الأول: (48)

1	خطأ 3	تصويب الخطأ: تحول على $\vec{n}$ وتتجه باتجاه $\vec{n}$.	3
2	خطأ 3	تصويب الخطأ: عندئذٍ يكون المائع غير متوازن.	3
3	خطأ 3	تصويب الخطأ: هو شرط لازم وكافٍ لتوازن هذا المائع.	3
4	خطأ 3	تصويب الخطأ: هي $n-1$ من المستويات الأفقية.	3
5	خطأ 3	تصويب الخطأ: معادلات المنحنيات التكاملية للكاسرات لخطوط الحقل لـ $\vec{F}$: $\frac{dx}{3}=\frac{dy}{2}=\frac{dz}{-4}$	3
6	خطأ 3	تصويب الخطأ: هي حزمة كرات متحدة المركز $C\equiv(-2,\frac{2}{3},-4)$	3
7	خطأ 3	تصويب الخطأ: يساوي: $\frac{(\mu+\lambda)P_0}{\lambda}$.	3
8	خطأ 3	تصويب الخطأ: تساوي: $\mu\frac{P_0}{\lambda}$.	3

السؤال الثاني: (37)

أولاً: من أجل ذلك نحسب: $\vec{F}\cdot\operatorname{rot}\vec{F}$. لدينا:

$$\operatorname{rot}\vec{F}(M)=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ axyz & -bx^2z & cx^2y\end{vmatrix} = (cx^2+bx^2)\vec{i}+(axy-2cxy)\vec{j}-(2bxz+axz)\vec{k}$$
$$=(c+b)x^2\vec{i}+(a-2c)xy\vec{j}-(2b+a)xz\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{F}(M)\cdot\operatorname{rot}\vec{F}(M)=[a(c+b)-b(a-2c)-c(2b+a)]x^3yz$$
$$=[ac+ba-ab+2bc-2bc-ca]\,x^3yz$$
$$=0\ ;\ \forall M\equiv(x,y,z)\in \text{المائع}$$

وبالتالي ينتج عن ذلك ومن النظرية أنه يمكن لهذا المائع أن يتوازن تحت تأثير قوة الحقل $\vec{F}$.

13

ثانيا:

1) المعادلتان التفاضليتان الديكارتيتان لخطوط سوية الضغط والكثافة في هذا المائع:

$$\frac{dx}{\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z}}=\frac{dy}{\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x}}=\frac{dz}{\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}} \quad : \quad \begin{array}{l} X(M)=-ayz \\ Y(M)=bxz \\ Z(M)=bxy \end{array}$$

أي:

$$\frac{dx}{bx-bx}=\frac{dy}{-ay-by}=\frac{dz}{bz+az}$$

أو

$$\frac{dx}{0}=-\frac{dy}{(a+b)y}=\frac{dz}{(a+b)z}$$

من النسبة الأولى والثانية نجد أن $dx=0 \Rightarrow x=c_1$ ؛ ($c_1>0$ ثابت اختياري)

ومن النسبة الثانية والثالثة، بعد الاختصار نجد: $\frac{dz}{z}=-\frac{dy}{y} \Rightarrow \ln\frac{z}{c_2}=\ln\frac{1}{y}$

$$\Rightarrow \frac{z}{c_2}=\frac{1}{y} \Rightarrow yz=c_2 \text{ ؛ } (c_2>0 \text{ ثابت حقيقي اختياري})$$

بالتالي خطوط سوية الضغط والكثافة في هذا المائع المتوازن: $\begin{cases} x=c_1 \\ yz=c_2 \end{cases}$

13

(2) المعادلة التفاضلية الديكارتية لحزمة سطوح سوية الضغط لهذا المائع المتوازن هي:

$X(M)dx+Y(M)dy+Z(M)dy=0$ ؛ $\forall M\equiv(x,y,z)\in$ للحزمة

وبالتعويض نجد: $-ayzdx+bxzdy+bxydz=0$

وبما أن $a=b$، نجد بعد الاختصار أن: $-yzdx+xzdy+xydz=0$

وبضرب الطرفين بعامل التكامل $\mu=\frac{1}{xyz}$ نجد: $-\frac{dx}{x}+\frac{dy}{y}+\frac{dz}{z}=0$

أي: $\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}+\frac{dz}{z} \Rightarrow \ln\frac{x}{c}=\ln(yz) \Rightarrow \frac{x}{c}=yz$

وبالتالي حزمة سطوح سوية الضغط لهذا المائع المتوازن هي: $x=cyz$ ،

حيث $c>0$ ثابت حقيقي اختياري.

11

السؤال الثالث: (15)

1- بما أن السائل متوازن تحت مرصنة الشرط اللازم والكافي لتوازن سائل، تكون السطح التالي محقق: للسائل المتوازن $\forall M\equiv(x,y,z)\in$ ؛ $\rho\vec{F}(M)=\overrightarrow{grad}\,p(M)$ *

حيث $\vec{P_n}(M)=-p(M)\vec{n}$ و $p(M):=|\vec{P_n}(M)|$ من أجل كل نقطة مادية $M(x,y,z)$ منه،

ومن أجل كل متجه واحدة ناظم $\vec{n}$.

على الترتيب نجد: Ox و Oy و Oz

بالشرط × من الحامل: $\rho X(M) = \frac{\partial p}{\partial x}(M)$ و $\rho Y(M) = \frac{\partial p}{\partial y}(M)$ و $\rho Z(M) = \frac{\partial p}{\partial z}(M)$

$$-4\rho = \frac{\partial p}{\partial x}(M) \; , \; 3\rho = \frac{\partial p}{\partial y}(M) \; , \; -\frac{2}{5}\rho = \frac{\partial p}{\partial z}(M)$$

بضرب الشرط الأول (اليساري) بـ dx والشرط الثاني (الأوسط) بـ dy، والشرط الثالث (اليميني) بـ dz، ومن ثم بالجمع نجد:

$$\rho(-4dx + 3dy - \frac{2}{5}dz) = dp(M)$$

$$\rho d(-4x + 3y - \frac{2}{5}z) = dp(M) \; ; \forall M \equiv (x,y,z) \in \text{السائل المتوازن}$$

وبالمكاملة نجد:

$$** \quad p(M) = \rho(-4x + 3y - \frac{2}{5}z) + C_1$$

وذلك أياً كانت $M \equiv (x,y,z)$ من هذا السائل المتوازن، C_1 ثابت حقيقي اختياري.

نحصل على حزمة سطوح سوية الضغط لهذا السائل المتوازن بوضع $p(M) = C_2$ ***

حيث C_2 ثابت حقيقي اختياري.

من ** و *** نجد بعد الاختصار: $-4x + 3y - \frac{2}{5}z = \frac{C_2 - C_1}{\rho} = C$

وبالتالي نجد: $-4x + 3y - \frac{2}{5}z = C$، حيث C ثابت حقيقي اختياري.

وحزمة سطوح سوية الضغط في هذا السائل المتوازن هي حزمة مستويات متوازية ناظمها $\vec{n} \equiv (-4, 3, -\frac{2}{5})$.

11

2. بما أن السائل متوازن ومعلق سطحه الحر حسب نتيجة سابقة، فإن هذا السطح الحر للسائل المتوازن هو سطح سوية ضغط له. بما أن حزمة سطوح سوية الضغط لهذا السائل المتوازن هي حزمة مستويات متوازية ناظمها $\vec{n}(-4, 3, -\frac{2}{5})$، فإن السطح الحر بدوره هو مستوٍ معادلته: $-4x + 3y - \frac{2}{5}z = c'$ وناظمه $\vec{n}$.

4

• طريقة أخرى لحل 1- من السؤال الثالث:

المعادلة التفاضلية الديكارتية لحزمة سطوح سوية الضغط في هذا السائل المتوازن:

$$X(M)dx + Y(M)dy + Z(M)dz = 0 \; ; \forall M \equiv (x,y,z) \in \text{السائل}$$

حيث: $X(M) = -4$ ، $Y(M) = 3$ ، $Z(M) = -\frac{2}{5}$

بالتالي: $-4dx + 3dy - \frac{2}{5}dz = 0$

وبالمكاملة نجد: $-4x + 3y - \frac{2}{5}z = C$

حيث C ثابت حقيقي اختياري.

وحزمة سطوح سوية الضغط هي حزمة مستويات متوازية ناظمها: $\vec{n} \equiv (-4, 3, -\frac{2}{5})$

مدرس المقرر: د. منتجب الحسن

حمص في 14 حزيران 2017